

Zoltan Dienes e as Diferentes Bases de Numeração: apropriação ao tempo da Matemática Moderna

Elenir T. Paluch Soares
Neuza Bertoni Pinto

O presente estudo aborda a problemática da compreensão do Sistema de Numeração Decimal – SND, considerando sua permanência nas discussões de pesquisadores da área, dentre eles Kamii (2001) e Brizuela (2006), que reconhecem a sua incompreensão como um dos complicadores para o bom desempenho dos alunos em conhecimentos matemáticos mais elaborados.

No final da década de 1950, esse conteúdo curricular, que normalmente era tratado metodologicamente, pela maioria dos autores de manuais didáticos para as séries iniciais escolares, de modo sistematizado, a partir de regras e procedimentos para leitura e escrita de números, ganhou um enfoque diferenciado em experiências pedagógicas desenvolvidas pelo matemático e pesquisador húngaro Zoltan Paul Dienes e outros dois pesquisadores, em salas de aulas do Condado de Leicester, na Inglaterra.

Veiculando proposições teórico-metodológicas para a aprendizagem do SND pautadas na compreensão do valor posicional, por meio de agrupamentos e reagrupamentos em diferentes bases de contagem, esse projeto parece ter ganho reconhecimento internacional e, na década de 1960, ideias pedagógicas que o fundamentavam passaram a ser conhecidas no Brasil, por meio de publicações desse autor e, mais acentuadamente, no início da década de 1970, quando ele visitou o país, e participou de experiências com classes-piloto, encontros e cursos para professores, organizados por Grupos de Estudo, envolvidos com a disseminação do Movimento da Matemática Moderna.

Este estudo contempla, mais detalhadamente, as proposições metodológicas inovadoras de Zoltan Dienes para o processo aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal, pautado na compreensão do valor posicional, a partir de atividades de agrupamento e reagrupamento dos elementos de uma coleção contados em diferentes bases, bem como, a

apropriação¹ dessas ideias explicitada em coleções didáticas elaboradas por componentes de dois dos grupos disseminadores da Matemática Moderna, no Brasil.

Tempos de MMM no Brasil

Esse momento histórico, dentre outras formas, é assim referido: “nas décadas de 1960 e 1970, um acontecimento que marcou a história da Educação Matemática e provocou mudanças significativas nas práticas escolares foi o Movimento da Matemática Moderna” (PINTO, 2005, p. 26).

Desencadeado em nível internacional nos meados do século XX, esse movimento vem recebendo especial atenção de pesquisadores que buscam sua historiografia, principalmente desde a primeira década do século XXI, conforme pode ser lido na compilação dos estudos feitos pelo Grupo de Estudos de História da Educação Matemática - GHEMAT, sob o título *O Movimento da Matemática Moderna: história de uma revolução curricular* (OLIVEIRA, LEME DA SILVA, VALENTE, 2011).

Em poucas palavras, esse movimento pode ser assim explicado:

No período do pós-guerra e ao longo dos anos 50, em muitos países da Europa e também em países desenvolvidos do outro lado do Atlântico, muito em particular os Estados Unidos da América, começou a tomar corpo a ideia de que se tornava necessário e urgente uma reforma no ensino da Matemática. Na verdade, durante toda a década de 50, foram tendo lugar numerosas iniciativas e realizações de natureza variada e com propósitos diversificados, que tinham em comum a intenção de modificar os currículos do ensino da Matemática visando à atualização dos temas matemáticos ensinados, bem como a introdução de novas reorganizações curriculares e de novos métodos de ensino (...) (GUIMARÃES, 2007, p. 21).

Essa polêmica questão, segundo Guimarães, parece ter culminado com o *Seminário de Royaumont* realizado na França, em finais de 1959, com a duração de duas semanas e a participação de 50 delegados de dezoito países.

¹ Apropriação entendida da no sentido atribuído por Chartier (1995, p.184), como uma noção que “ênfatisa a pluralidade dos usos e dos entendimentos” e que “visa à elaboração de uma história social dos usos e das interpretações, relacionados às suas determinações fundamentais e inscritos nas práticas específicas que os constroem”.

Tal seminário é considerado por esse autor, como “a realização mais emblemática de todo o movimento reformador de grande influência internacional que recebeu o nome de Matemática Moderna e, também uma das mais conhecidas na história da evolução curricular recente do ensino da Matemática” (GUIMARÃES, 2007, p. 22).

Explica, ainda, que os relatórios da Organização Europeia de Cooperação Econômica – OECE, referentes a esse seminário e ao seu desdobramento em 1960, em Dubrovnik², apontam, dentre outras discussões, para “a valorização da compreensão” e criticam o modo rotineiro e mecânico com que a Aritmética até então era ensinada, visando essencialmente à memorização de regras e fatos, recomendando a “manipulação de objetos materiais”.

Essas indicações referentes à aprendizagem da Aritmética parecem coadunar-se com a perspectiva sob a qual Dienes vê o processo de aprendizagem matemática e com as proposições teórico-metodológicas que defende, naquele momento histórico, sobre o Sistema de Numeração Decimal.

Segundo Lima (2006, p. 31-32), no Brasil, as ideias desse movimento renovador assumiram proporções acentuadas após um curso de férias em que Osvaldo Sangiorgi – conhecido professor brasileiro e autor de livros didáticos, desde a década de 1950 – participou em 1960 nos Estados Unidos, onde tomou conhecimento mais aproximado das ações referentes ao MMM que lá já estavam sendo desenvolvidas.

Em 1961, Sangiorgi desencadeou a criação e assumiu a coordenação do primeiro grupo, formado por professores e matemáticos, voltado a estudos e discussões sobre a Matemática Moderna, que recebeu a denominação de Grupo de Estudo do Ensino de Matemática – o GEEM de São Paulo; em 1962, segundo Pinto e Ferreira (2006, p. 116) foi criado em Curitiba, pelo Professor Osny Antônio Dacol (*in memoriam*), o Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino de Matemática – NEDEM.

Em 1970, segundo Fischer (2006, p. 103) foi criado por um grupo de professores comprometidos com a educação matemática, o Grupo de Estudos sobre o Ensino da Matemática de Porto Alegre - GEEMPA, tendo como uma de suas mais ativas participantes, a Professora Esther Pillar Grossi. Com finalidades aproximadas, outros grupos foram criados em alguns Estados brasileiros.

² Dubrovnik, situada na antiga Iugoslávia e atual Croácia.

Esse movimento atingiu também as séries iniciais de escolarização, agregando, além da inclusão de novos conteúdos de ensino, discussões sobre as questões metodológicas, propostas pedagógicas alicerçadas nos estudos epistemológicos da época, como as de Jean Piaget e aquelas que pleiteavam aperfeiçoar os métodos educativos de matemática, tais como as de Zoltan Paul Dienes.

Períodos como esse são considerados por Chervel (1990, p. 192) como privilegiados para o historiador, que além de possibilitar uma massa documental totalmente explícita, pode desencadear um “turbilhão de iniciativas”, lançando os docentes por “caminhos ainda não trilhados”. tal como os propostos por Dienes naquele momento histórico.

Zoltan Paul Dienes: um cidadão do mundo

O Educador húngaro, Zoltan Paul Dienes (1916-2014) teve uma carreira longa e frutífera, desbravando novos caminhos e ganhando muitos seguidores com suas idéias revolucionárias de aprendizagem de conceitos matemáticos, sendo apresentado como um verdadeiro “cidadão do mundo”³, que se sentiu em casa na Grã-Bretanha, França, Itália, Austrália, Nova Guiné, EUA, Canadá, Chile, Brasil e Argentina, dentre outros países, onde desenvolveu trabalhos voltados à educação matemática, com o entendimento de que o desenvolvimento cognitivo de todas as crianças, não importa de qual canto do mundo, tem se apresentado como um grande desafio aos educadores.

De acordo com a *homepage* da Família Dienes⁴, sua escolarização básica dividiu-se entre a Hungria, França e Inglaterra, concluindo com honrarias, em 1937, na Universidade de Londres sua graduação em Matemática Pura e Aplicada, onde também obteve o máximo grau acadêmico com a tese que versa sobre bases construtivistas de Matemática.

Desenvolveu experiências de ensino em vários países, reorganizando o trabalho matemático em algumas salas de aula de escola primária, transformando-as em laboratórios de construção e descoberta, usando materiais especialmente por ele concebidos, dentre eles

³ Essa expressão é utilizada na apresentação da tradução húngara de Dienes (1999) do título *Memoirs of a Maverick Mathematician* e está disponível a partir de SHL Hungria Kft, Budapeste, Hungria.

⁴ Disponível em http://www.dienes.hu/page_biographies_DZ.html. Acesso em 05/07/2010.

o conhecido como Material Multibase, especialmente indicado para a compreensão dos agrupamentos e reagrupamentos em diversas bases, considerados por Dienes como fundamental para a compreensão do valor posicional, princípio que rege o Sistema de Numeração Decimal.

No início da década de 1960 foi pesquisador no Centro de Estudos Cognitivos da Universidade de Harvard, trabalhando ao lado de Jerome Bruner⁵; nessa mesma década, trabalhou no Departamento de Psicologia da Universidade de Adelaide, na Austrália, com Malcolm Jeeves, desenvolvendo experimentos na formação de estruturas matemáticas. De 1964 até 1975, foi diretor do *Psychomathematics Research Centres* da Universidade de Sherbrooke, Quebec, Canadá, onde desenvolveu investigações sobre as relações entre abstração, generalização, representação, simbolização e formalização. Atuou como consultor de matemática em diversos países (Itália, Alemanha, Hungria, Nova Guiné, Estados Unidos) e para organizações diferentes (OECE, UNESCO), tendo, também, fundado o *International Study Group for Mathematics Learning (ISGML)*, que passou a emitir boletins periódicos sobre os avanços obtidos por diferentes projetos em várias partes do mundo.

Na década de 1980 e no início da década de 1990, além de desenvolver trabalhos na Itália, Espanha, EUA, Hawai Grécia e a Hungria, voltou para o Canadá, ingressou na *Acadia University*, em Wolfville, Nova Escócia.

Em 2008 foi publicado, pelo editor Bharath Sriraman, da Universidade de Montana, nos Estados Unidos, um conjunto de artigos sob o título *Mathematics Education and the Legacy of Zoltan Paul Dienes*, cujo editorial aponta Dienes como “uma lenda viva no campo da educação matemática, por seu trabalho pioneiro que se estende por 50 anos” e por ter influenciado educadores matemáticos que entraram no campo no final dos anos 1960 e 1970 e permanecem clássicos até hoje. Esse editorial refere-se, também, às suas criações, tais como o material multibase⁶, materiais algébricos e blocos lógicos, como sementes de usos contemporâneos de materiais manipulativos no ensino de Matemática.

⁵Jerome Seymour Bruner (1915 -), psicólogo e pedagogo norte-americano, conhecido como o pai da psicologia cognitiva. Foi professor e pesquisador por muitos anos na Universidade de Harvard. Possui uma obra muito diversificada e traduzida na área da educação, pedagogia e psicologia, tendo ganhado grande notoriedade no mundo da educação graças à sua participação no movimento de reforma curricular, ocorrido, nos EUA, na década de 60.

⁶ Material estruturado para auxiliar a escrita de números em diversas bases, de acordo com Dienes (1970, p. 51).

Segundo esse autor:

Dienes ocupa um lugar único no campo da educação matemática não só por causa de sua teoria sobre como as estruturas matemáticas podem ser efetivamente estudadas desde os primeiros graus usando peças manipuláveis, jogos, histórias e dança (por exemplo, Dienes, 1973), mas também por causa de suas tentativas incansáveis de mais de 50 anos para informar a prática escolar através de seu trabalho de campo no Reino Unido, Itália, Austrália, Brasil, Canadá, Papua Nova Guiné e os Estados Unidos. (...) Na idade de 90, Zoltan continua a escrever e publicar inúmeros artigos em revistas na Nova Zelândia e Reino Unido (...). Dienes defendeu o uso do trabalho em grupo colaborativo e materiais concretos, bem como metas, tais como o acesso democrático à miríade de processos de pensamento matemático, muito antes de as palavras "Construtivismo" e "equidade" e "democratização" tornarem-se moda. (...) (SRIRAMAN, 2008, editorial, tradução nossa).

A participação de Dienes no cenário mundial de Educação Matemática, a partir da década de 1960, pode ser percebida através de suas publicações⁷ e, dentre outros documentos, em um Guia de Discussão, para um simpósio na Hungria, com o título *On some problems the learning of mathematics*⁸, de 1962.

Esse documento, contendo vinte e oito páginas (28 p) foi elaborado em Paris, 30 de abril de 1962, época em que Dienes já fazia parte do Departamento de Psicologia da Universidade de Adelaide, Austrália.

Discussion Guide No. 1 - Prepared for use as a discussion guide at the Research Symposium on School Mathematics, Budapest, 27 August – 8 September 1962, organized by the Hungarian National Commission for UNESCO (DIENES, 1962, p. 2).

A leitura desse testemunho do passado organizado por Dienes, com a finalidade de subsidiar as discussões no referido simpósio na Hungria e manter a UNESCO a par dos projetos, experimentos e discussões sobre a matemática escolar, que estavam sendo desenvolvidas em vários países, permite supor seu entrosamento com a comunidade internacional de investigadores da educação matemática, seu potencial de liderança e a confiabilidade conquistada junto a organismos de porte mundial.

⁷ Segundo informações na homepage da Família Dienes, a primeira divulgação de Zoltan Paul a respeito de suas experiências sobre formação de conceitos, em uma amostra representativa, foi no artigo *Sulla Relazione Fra la Formazione dei Concetti Astratti e la struttura Della Personalità*, 1957, no *Bollettino de Psicologia e Sociologia Applicata*, Firenze, na Itália. Disponível em: www.dienes.hu/page_biographies_DZ.htm. Acesso em 01 mai. 2014.

⁸ Sobre alguns problemas da aprendizagem de matemática.

Neste documento, Dienes aborda as diferentes finalidades da aprendizagem matemática e as diferenças entre o observado e as formas desejadas de aprendizagem, e comunica que há uma grande quantidade de pesquisas que vem acontecendo em muitos países, mas que se deteve nos centros com tentativas mais radicais, acreditando na utilidade de discuti-las no Simpósio, com vistas às intervenções construtivas. Identifica e classifica esses grupos em investigações sobre currículo e investigações de métodos, bem como resume o trabalho que cada grupo está desenvolvendo, além de, em um momento seguinte, identificar como fundamentais algumas pesquisa, discorrendo sobre elas.

Dienes apresenta grupos voltados às pesquisas de currículo, mas, parece atribuir especial significado aos grupos voltados às “*researchs into methods*”⁹, comentando que “é inútil imaginar que novos currículos podem ser introduzidos sem repensar alguns dos princípios de ensino aceitos” (DIENES, 1962, p. 8, tradução nossa). Esta não parece ser uma perspectiva particularmente restrita a esse autor, vista a apresentação, nesse Guia de discussão, de vários centros voltados à investigação de métodos para o processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Um dos centros destacados neste documento é o *Leicestershire Mathematics Project*¹⁰, sob a direção de Sealey, Dienes e Oldridge, iniciado em 1958, que introduziu mudanças evolucionárias no condado de Leicester, na Inglaterra, trabalhando com crianças a partir dos sete anos de idade com sistemas de numeração em diversas bases, e introduzindo progressivamente as quatro operações fundamentais da aritmética, também, usando diferentes bases, através de materiais especialmente concebidos para ajudá-las desenvolver os necesarios conceitos com o grau de generalidade desejado.

Informa, também, que mais da metade das escolas em Leicester são afetados pelo projeto em 1958 e 1959, que é oficialmente aprovado e mantido pelas autoridades educacionais locais. Muitas das informações e discussões referentes ao Projeto de Matemática de Leicester encontram-se diluídas no livro *Building Up Mathematics*,

⁹ Investigações em métodos.

¹⁰ Esse projeto é referido por Dienes (1970, p. 14), como sendo praticamente “o único na tarefa de reformular o ensino da Matemática nas escolas primárias”, interessando sobremaneira ao estudo agora apresentado, pois parece ter sido neste contexto que as proposições teórico-metodológicas para o Sistema de Numeração Decimal, que mais tarde Dienes explicitou em algumas das suas obras, publicadas originalmente em Londres e Paris, que começaram a ser traduzidas para o português e circular no Brasil na segunda metade da década de 1960.

publicado por Dienes, originalmente em Londres em 1960, que na tradução para o Brasil, em 1970, recebeu o nome *Aprendizado moderno da Matemática*.

De acordo com esse autor, “há um grande número de outros centros onde a investigação de vários problemas da metodologia de ensino da matemática está em andamento” (DIENES, 1962, p. 11, tradução nossa). Ressalta, ainda, que grande parte desse trabalho está sendo coordenado pelo recém-formado *International Study Group for Mathematics Learning (ISGML)* - Grupo Internacional de Estudos para a Aprendizagem da Matemática- que irá relatar o trabalho dos vários centros em edições do *International Mathematics Bulletin*, admitindo que a educação ainda está muito longe de ser uma disciplina verdadeiramente científica, e que antes disso, muita pesquisa fundamental sobre o processo de aprendizagem terá de ser feito.

Reconhece, no entanto, que já existe investigação dos processos cognitivos inerentes à aprendizagem de conceitos matemáticos, e algumas dessas tentativas de se confrontar com o problema estão sendo contempladas pela *The Geneva School*, famosa escola liderada por Jean Piaget¹¹, desenvolvendo uma grande quantidade de pesquisas, detalhando o processo de formação de nossos conceitos numéricos e que os trabalhadores de Genebra vêm tentando há algum tempo conciliar a estrutura formal dedutiva dos números naturais com as formas de desenvolvimento desta estrutura no pensamento das crianças.

A discussão sobre materiais estruturados direcionou-se para formas de analisar maneiras em que as crianças podem ser ajudadas a abstrair, destacando-se as possibilidades disso acontecer, colocando-as artificialmente em uma série de situações diferentes que são, no entanto, matematicamente idênticas¹².

Segundo Dienes, durante o estágio de operações concretas, aproximadamente entre as idades de sete e onze anos, tais situações são mais bem concebidas em situações reais e se o material usado é bastante variado, essas situações permitem progressistas saltos indutivos, seguindo-se de abstração e generalização. Segundo Dienes¹³:

¹¹ A forma como Dienes se refere à Escola de Genebra e ao epistemólogo suíço Piaget, sugerem um especial interesse pelo trabalho que lá estava sendo desenvolvido.

¹² Dienes dá ênfase na importância de se variar o material, para que a aprendizagem realizada não seja do tipo associativa. Nesse discurso esboça-se a defesa que mais tarde (nos livros que escreveu) ele enuncia como Princípio da Variabilidade Perceptiva.

¹³ Esta colocação de Dienes parece corresponder à sua defesa posteriormente publicada em *Aprendizado Moderno da Matemática* (1970) sob a forma de dois dos Princípios que o autor defende para serem observados no processo de ensino e aprendizagem de matemática, com o nome de Princípio da Variabilidade Perceptiva e Princípio da Variabilidade matemática.

A amplitude da abstração é susceptível de ser proporcional à riqueza da variação dos tipos de situação da qual as crianças são chamadas a abstrair, e a força e a extensão das generalizações dependerão em grande parte das situações engenhadas pelo professor, para que padrões globais possam ser discernidos a partir do exame de regularidades de casos individuais (DIENES, 1962, p. 17, tradução da autora).

Segundo o autor, materiais estruturados podem ser criados com estes fins, mas, pondera sobre suas vantagens e perigos. Comenta que a utilização de um único material estruturado pode criar bloqueios na transferência da aprendizagem realizada, com o perigo de a matemática aprendida ligar-se inteiramente ao material utilizado.

Prosseguindo na apresentação do tema, cita os Blocos Aritméticos Multibase distribuídos pela Fundação Nacional de Pesquisas, como exemplo de material estruturado para a afirmação do conceito de ‘valor lugar’, princípio que rege o Sistema de Numeração Decimal.

O Multibase Aritmética Bloocks, distribuído pela mesma Fundação, é um exemplo de uma variação total do conjunto de variáveis matemáticas inerentes a um conceito (neste caso o de "valor lugar"), cujo objetivo é maximizar o grau de generalidade dos conceitos a serem aprendidos (DIENES, 1962, p. 18, tradução da autora)¹⁴.

Nas considerações finais, deixa claro que este documento não se destina a apontar para conclusões definitivas, e que ao descrever muito brevemente alguns dos esforços voltados para a melhoria do ensino da matemática e levantando uma série de questões fundamentais, espera-se que através do debate livre, seja alcançado um progresso real na formulação de estratégias futuras para a educação matemática.

Muitas das informações e discussões apresentadas nesse relatório, tal como o Projeto de Matemática de Leicester, encontram-se diluídas no livro *Building Up Mathematics*, publicado por Dienes, originalmente em Londres em 1960, que na tradução para o Brasil, em 1970, recebeu o nome *Aprendizado moderno da Matemática*.

¹⁴ *The Multibase Arithmetic Bloocks, distributed by the same Foundation, are an example of a full variation of all the mathematical variables inherent in a concept (in this case that of ‘place value’), whose aim is to maximize the extent of generality of the concepts to be learnt.*

Ao estudar as origens do Movimento da Matemática Moderna e seu desenvolvimento no mundo, Soares (2001, p.33-34), apoiada em diversos autores, apresenta uma visão panorâmica mundial dos trabalhos que vinham sendo desenvolvidos em tempos do Movimento da Matemática Moderna, comenta que na Hungria, após um simpósio internacional organizado com a colaboração da UNESCO, em 1962, desencadearam-se projetos, programas e classes experimentais até a década de 80, com influência direta, dentre outros, dos trabalhos e metodologia de ensino de Z.P. Dienes.

Esse comentário de Soares ilustra o alcance do Simpósio da Hungria em 1962, cujo Guia de Discussão foi elaborado por Dienes, sugerindo sua participação no amálgama de concepções que nortearam a educação matemática desde a década de 1960.

Zoltan Paul e o Sistema de Numeração Decimal

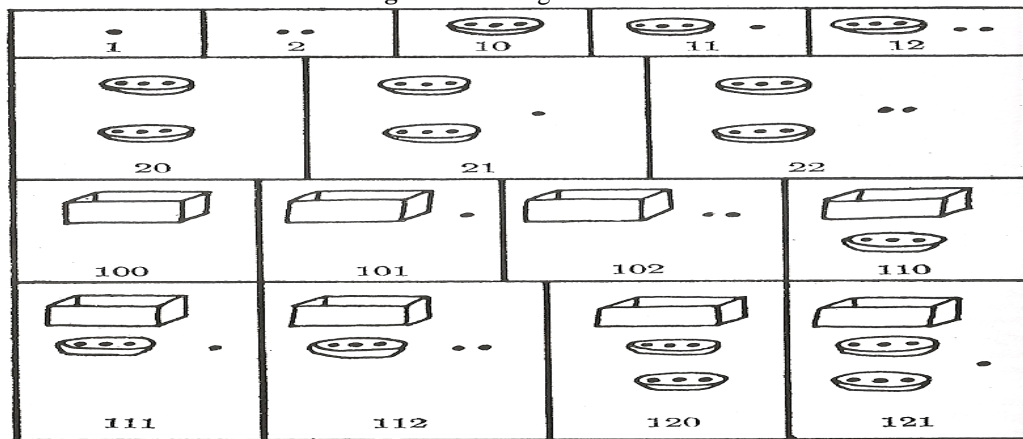
Para compreender melhor as proposições de Dienes para a aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal é fundamental conhecer a perspectiva sob a qual ele entende a matemática, ou seja, que “não deve ser considerada como um conjunto de técnicas, embora tais técnicas sejam claramente essenciais para a utilização efetiva da Matemática. Esta deve ser vista antes como uma estrutura de relações” (DIENES, 1970, p. 30).

No que se refere ao sistema de numeração usual, esse autor considera que:

Os fatores biológicos e culturais fizeram finalmente surgir uma notação de número que usa valor de posição, com a base dez como um meio de comunicar números, e é essencial que as crianças aprendam o significado dessa comunicação tão eficazmente quanto possível. Aprender a contar até 50 ou 100 não implica em nada que aprendemos a significação de notação. (...) Uma criança pode ter aprendido o conceito de que, para somar dois números, temos de ‘contar seguidamente’, do primeiro número, com tantos números intermediários quanto indicado no segundo. Contudo, ela poderá ficar muito longe de conceber a complicada estrutura da tarefa de $27 + 35$, em que se deve realizar o agrupamento e reagrupamento de dez em dez, para executar economicamente a tarefa. (DIENES, 1970, p. 48).

Defende que a compreensão do valor de posição é alcançada a partir da contagem em várias bases dos elementos de determinada coleção, com a formação de agrupamentos e reagrupamentos e das possíveis trocas entre eles, ilustrando tal pensamento com a figura 1.

Figura 1: Contagem em base 3



Fonte: DIENES, 1969, p. 61-62.

Segundo Dienes, para uma criança, “17 é apenas associado à palavra número dezessete, e não é, certamente, decomposto em um dez e um sete. O mesmo se aplica aos conceitos de ordem mais elevada, da adição e das quatro operações” (DIENES, 1970, p. 48). Para esse autor, a escrita da “figura numérica”¹⁵ de uma coleção em diferentes bases possibilita que os alunos percebam que o valor do algarismo ocupado em cada ordem representa o resultado de agrupamentos e reagrupamentos obtidos a partir da base escolhida para a contagem.

Na perspectiva desse educador e pesquisador húngaro, ao representar a “figura numérica” com algarismos, a criança vai percebendo, por exemplo, que quando escreve 21 em uma contagem em base três como na figura 1, o dois não representa dois elementos, mas dois grupos de três elementos. Analogamente, quando escreve 21 em uma contagem em base 4, o 2 não representa dois elementos, mas, dois grupos de 4 elementos. Assim, numa contagem em base dez, que normalmente é utilizada, o 2 do 21 não representa 2, mas, dois grupos de dez elementos, ou seja, um total de 20 unidades.

Para Dienes, esse tipo de atividade, em que a mesma estrutura conceitual, ou seja, o valor de posição aparece “vestido” sob diferentes formas, possibilita a formação do conceito de valor posicional, princípio fundamental do SND.

Segundo esse autor, “para consolidar os fundamentos matemáticos da numeração convém fazer muitos exercícios de contagem em todas as bases possíveis” (DIENES, 1967,

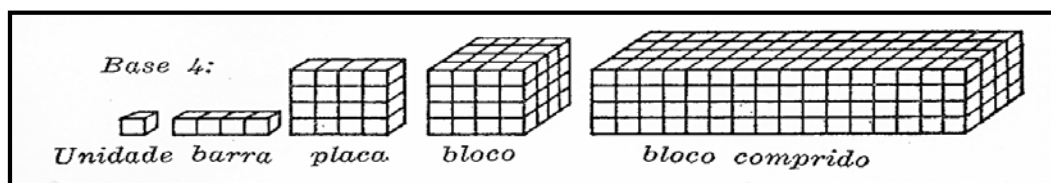
¹⁵ Dienes denomina “figura numérica” de uma coleção, à quantidade de elementos dessa coleção, utilizando-se algarismos.

p. 72), também para que a criança possa ver as diferentes figuras que podem representar uma mesma propriedade numérica. Entende, também, que “é conveniente ensinar a contar numa base qualquer, a fim de fazer aparecer em toda a sua generalidade o conceito de agrupamento por sucessivas potências da base, de maneira que o processo de notação posicional não surja como mera receita arbitrária para comunicar de uma pessoa a outra informações quantitativas” (DIENES, 1967, p.74-75).

Segundo esse autor, outra forma de dinamizar a formação do conceito desejado, e de ganhar tempo na construção de conjuntos que representem as diferentes potências, é por meio da utilização do material especialmente concebido por ele para a manipulação das várias bases de numeração, como é o caso do Material Multibase, que vem em várias caixas, cada um representando um diferente valor da base.

Na base 4, por exemplo, haverá peças como mostrado no na figura 2.

Figura 2: Blocos Multibase – Base 4



Fonte: DIENES, 1967, p.107.

Com esse material estruturado, segundo Dienes, a criança realiza trocas que a predispõe à compreensão do valor posicional dos algarismos na escrita numérica.

Dienes mantém essa proposição para a aprendizagem do SND, em um artigo escrito mais de 40 anos após o desenvolvimento do Projeto de Leicester, com o título *O que é uma base?*¹⁶

O fato biológico que temos dez dedos tornou quase inevitável que contemos em dezenas. E é mesmo um fato neurológico que a parte do nosso cérebro que controla o movimento dos dedos é muito perto da parte que usamos para a matemática, em particular para a contagem. Um professor dizer a uma criança para não contar nos dedos é na verdade dizer: ‘ Não faça matemática’. (...) Quando atingido o dez na contagem chega-se a uma nova ordem de valor; quando temos dez lotes de dez,

¹⁶ What is a base? Talvez tenha sido o último artigo que Dienes escreveu refletindo suas preocupações com a aprendizagem do SND e o material estruturado que organizou com tal finalidade. Disponível em: <www.zoltandienes.com/wp-content/uploads/2010/05/what_is_a_base.pdf>, Acesso em: 18 jan. 2014

obtemos novamente uma nova ordem de valor; e continuando-se desse jeito vão surgindo as potências de dez que permitem expressar números cada vez maiores. (...) A posição dos dígitos escritos em um número, é que nos dizem se eles são unidades, dezenas, centenas ou possuem valores superiores. E por isso que o nosso sistema de numeração, introduzido na Idade Média pelos árabes, é chamado de sistema de valor lugar. Meu argumento é que, a fim de entender completamente como funciona o sistema, nós temos que entender o conceito de potência. (...) Na escola quando as crianças aprendem a escrever números, eles usam exclusivamente a base dez e apenas os expoentes zero e um (ou seja, denotando unidades e dezenas), já que por algum tempo, eles não vão além de números com dois dígitos. Assim, nem o expoente e nem a base são variadas, e não é de admirar que as crianças tenham dificuldades em compreender a convenção do valor lugar. Então, venho sugerindo, no último meio século, que as bases diferentes devem ser usadas no início; e, para facilitar a compreensão do que está acontecendo, materiais físicos incorporando as potências de várias bases devem ser disponibilizados para as crianças. Tal sistema é um conjunto de blocos Multibase, que eu introduzi na Inglaterra, Itália e Hungria em 1950. Educadores usam hoje os "blocos MultiBase", mas a maioria deles só usam a base dez, e ainda eles chamam o conjunto "multibase". Esses educadores perdem a potencialidade do material completo. Os professores que têm utilizado o material desde o início juram por ele e que nunca iriam voltar a ensinar 'apenas na base (DIENES, 2002, tradução nossa).

A queixa explícita de Dienes sobre a utilização de o material Multibase deslocar-se da proposta original, por ele definida, remete à Chartier (1990), quando fala do uso diferenciado que é feito dos produtos que circulam em uma sociedade. Tal como esse autor se refere, a apropriação dos textos e objetos culturais pode ocorrer por meio de desvios, de reempregos singulares, constituindo um grande desafio para os historiadores culturais.

Ou, como alertam Chervel (1990) e Julia (2001) sobre não nos deixarmos enganar com a ideia inocente de que tudo que está previsto ou proposto é realmente feito, ou realmente acontece.

A disseminação e a apropriação das proposições de Dienes para o SND

Os argumentos construídos por Soares (2014)¹⁷, a partir de fontes bibliográficas e documentais, permitem supor que as proposições teórico-metodológicas de Zoltan Paul Dienes referentes ao processo de ensino e aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal, apoiado em contagens, agrupamentos e reagrupamentos em diversas bases foram disseminadas no Brasil, não apenas por meio das obras do autor, mas, principalmente,

¹⁷ Tese de doutoramento em Educação pela PUC/PR, defendida por uma das autoras do presente artigo.

pelos Grupos que difundiram o Movimento da Matemática Moderna no país, especialmente o GEEM de São Paulo e o NEDEM do Paraná, de forma direta, em encontros e cursos de atualização para professores ministrados por alguns de seus componentes e pelos documentos escritos produzidos por eles, bem como, por meio das coleções didáticas elaboradas, por componentes desses Grupos, que veicularam as proposições de Dienes, não apenas aos professores, mas diretamente aos alunos.

A coleção *Curso Moderno de Matemática para a escola elementar*, lançada ainda na década de 1960, elaborados pelas autoras Manhúcia Perelberg Liberman, Lucília Bechara e Anna Franchi, ativas participantes do GEEM de São Paulo explicita a apropriação que essas autoras fizeram das proposições pedagógicas de Dienes para o Sistema de Numeração Decimal, contemplando agrupamentos e reagrupamentos em diferentes bases de contagem, denotando a intenção das autoras em conduzir a aprendizagem do SND, pautada na compreensão do valor posicional.

Essa nova perspectiva de tratamento pedagógico para o SND, fundamentado nas proposições metodológicas de Dienes para esse componente curricular pode ser observada no Guia do Professor anexo da Coleção *Curso Moderno de Matemática para a Escola Elementar*, conforme figuras 3 e 4.

Figura 3 – Orientações metodológicas para agrupamentos em diferentes bases - 1970

The image shows the cover of a book on the left and a page of instructional text on the right. The book cover is for 'Guia do Professor Curso Moderno de Matemática para a Escola Elementar', 3rd volume, by Manhúcia Perelberg Liberman, Anna Franchi, and Lucília Bechara. It features illustrations of geometric shapes and numbers. The instructional page is titled 'Orientação:' and discusses the system of reading and writing numbers. It includes three numbered points: 1) 'Uso de dez símbolos' (use of ten symbols), 2) 'É decimal' (is decimal), and 3) 'Obedece ao valor posicional' (obeys positional value). Below the text is a table with two columns: 'GRUPOS DE 3' and 'RESTAM'. The table shows two rows of exercises: the first row shows two groups of three dots and one remaining dot, resulting in 2 groups and 1 remaining; the second row shows one group of three dots and two remaining dots, resulting in 1 group and 2 remaining. A footnote at the bottom states: '(*) Os exercícios das referidas páginas esclarecem as explicações que seguem.'

MANHÚCIA PERELBERG LIBERMAN
ANNA FRANCHI
LUCILIA BÉCHARA

GUIA do PROFESSOR
CURSO MODERNO
DE
MATEMÁTICA
PARA A ESCOLA ELEMENTAR
3º volume

COMPANHIA EDITORA NACIONAL

Orientação:
O sistema de leitura e escrita dos números obedece aos princípios básicos seguintes:
1) *Uso de dez símbolos* — representação gráfica dos números por meio dos algarismos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
2) *É decimal* — agrupamento de unidades em 10, formando dezenas; de dez grupos de 10 unidades (dezenas), em centenas; e dez grupos de 10×10 unidades (centenas) em milhares (base 10).
3) Obedece ao valor posicional dos algarismos — um algarismo tem diferentes valores conforme a *posição* (ordem) que ocupa no numeral.

Páginas 63 a 65 — Para a melhor compreensão do processo de agrupar, trabalhamos com bases diferentes de dez antes de sistematizarmos os conhecimentos referentes a centenas, dezenas e unidades.

Assim, a criança fará, individualmente e com material concreto, exercícios análogos aos apresentados às páginas 63 e 64, nos quais o "grupo base" é o grupo de três (*).

Cada criança terá alguns objetos e cartões com os algarismos 0, 1 e 2:

— Agrupando menos de 9 objetos, fará grupos de três, e representará o número de grupos formados e o número de objetos restantes com os cartões. Por exemplo:

	GRUPOS DE 3	RESTAM
	2	1
	1	2

(*) Os exercícios das referidas páginas esclarecem as explicações que seguem.

21

Fonte: LIBERMAN, FRANCHI E BECHARA. *Curso Moderno de Matemática para a Escola Elementar - Guia do Professor, 3º Volume (p/2º Ano) – 1970, p. 21.*

Figura 4 – Agrupamentos e reagrupamentos em base 3

Vamos fazer grupos de 3 !

	1 grupo de 3	2 grupos de 3	3 grupos de 3		1 grupo de 3	2 grupos de 3	3 grupos de 3
	0	0	2				
	0	1	0				
					1	0	0
					1	0	1

Fonte: LIBERMAN, FRANCHI E BECHARA. *Curso Moderno de Matemática para a Escola Elementar – 3º Volume (p/2º Ano) – 1970, p. 63.*

Tal como o GEEM, o NEDEM, representado pelas autoras Clélia T. Martins, Esther Holzmann, Gliquéria Yaremtchuk e Henrieta D. Arruda, lança gradativamente, a partir de 1973, a coleção *Ensino Moderno da Matemática: ensino de primeiro grau*, em quatro volumes, resultante da elaboração, ainda no final da década de 1960, de cadernos experimentais que foram testados em escolas de Curitiba.

Todos os quatro volumes dos cadernos experimentais do NEDEM, apontam entre as referências utilizadas pelas autoras, publicações de Zoltan Paul Dienes, Piaget, Liberman, Franchi e Bechara (GEEM) e Grossi (GEEMPA), sinalizando atenção para as pesquisas psicogenéticas e metodologias inovadoras, bem como, para as publicações didáticas de componentes de outros Grupos que disseminaram a Matemática Moderna no Brasil.

No *Livro do Mestre* que acompanha o 1º volume da referida coleção, onde as autoras fornecem orientações metodológicas a respeito das atividades propostas no manual didático, é possível identificar apropriação das autoras da proposição metodológica de Dienes para a formação do conceito de valor posicional, conforme pode ser observado na figura 5, com indicações para o professor, e 6, com atividades indicadas para os alunos.

Figura 5 – Orientações metodológicas para contagens e agrupamentos em diferentes bases

PARA O PROFESSOR

Págs. 117 e 118.

Contagem em outras bases.

Estes exercícios são preparatórios para a compreensão do “valor da posição” no nosso sistema de numeração (3).

Fazer exercícios com material concreto e efetuar o registro das experiências nos quadrinhos, onde são assentados, inicialmente, a quantidade de enlaçamentos e os números de elementos não enlaçados.

3 — NEDEM — “Ensino Moderno de Matemática” — Volume I — S. Paulo, Ed. Brasil — 1967.

PARA O PROFESSOR

Págs. 119 e 120.

Base dez. Adição.

~~Após os exercícios de contagem em outras bases e a escrita dos numerais correspondentes, o aluno deverá estar apto a compreender o “valor da posição” no sistema decimal. Ele deverá chegar, realmente, à compreensão do que representam os numerais dez, vinte, trinta, etc.~~

Fonte: NEDEM. *Ensino Moderno de Matemática- 1º Volume- Livro do Mestre.* 1973, p. 61-62.

Figura 6 - Atividades de agrupamentos e a escrita da “figura numérica” na base 5

FORME CONJUNTOS COM CINCO ELEMENTOS:

a) modelo

b)

c)

d)

Fonte: NEDEM. *Ensino Moderno de Matemática- 1º Volume-* 1973, p. 117.

Além dessas coleções elaboradas por componentes do GEEM e do NEDEM, outros manuais didáticos editados a partir da segunda metade da década de 1960¹⁸, embora nem sempre utilizando a contagem em diversas bases propostas por Dienes, passaram a apresentar metodologicamente o Sistema de Numeração Decimal, numa perspectiva notoriamente diferente dos manuais didáticos editados anteriormente a esse período, os quais

¹⁸ A partir da segunda metade da década de 1960, houve uma ampliação na produção de manuais didáticos de matemática para as séries escolares iniciais, talvez pelas mudanças curriculares advindas do MMM.

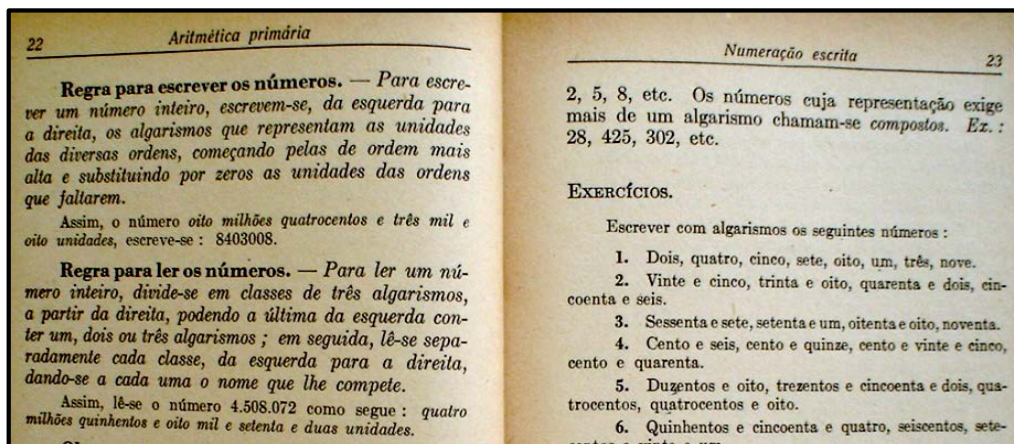
XI Seminário Temático

A Constituição dos Saberes Elementares Matemáticos: A Aritmética, a Geometria e o Desenho no curso primário em perspectiva histórico-comparativa, 1890-1970

Florianópolis – Santa Catarina, 06 à 08 de abril de 2014 – Universidade Federal de Santa Catarina

majoritariamente tratavam esse componente curricular a partir de regras a serem memorizadas e seguidas para a leitura e escrita de números, conforme figura 7.

Figura 7 - SND em livro didático para o Ensino Primário - 1941



Fonte: ZANELLO¹⁹, H. *Aritmética Primária*, 1941. Repositório da UFSC, 2013.

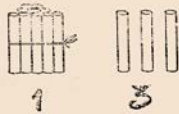
Os manuais editados em tempos de Matemática Moderna, além de utilizar figuras para ilustrar sugestões de atividades manipulativas com agrupamentos, mesmo que apenas na base dez, passaram a contemplar, também, tal como Dienes (1970) propõe, a realização dos algoritmos das operações fundamentais apoiados no princípio do valor posicional, tal como pode ser observado em produção didática paranaense, conforme figura 8.

Figura 8 – Ilustrações de manipulação para o SND e Adição apoiada no valor posicional

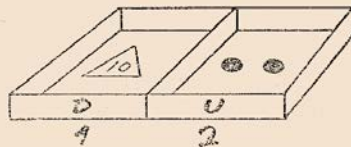
¹⁹ Hipérides Zanello - Doutor em Ciências Físicas e Matemáticas, Catedrático da Faculdade de Engenharia do Paraná, do Instituto de Química do Paraná e da Faculdade de Filosofia, professor do Ginásio Paranaense e do Colégio Iguassu, de 1941. Essa obra teve sua adoção oficializada no Distrito Federal, Bahia e no Paraná.

Diga com símbolos qual é o número correspondente.


1) Exemplo



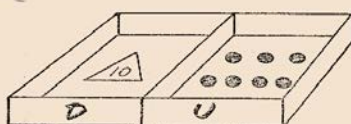
2) Exemplo




3)



4)





Fonte: CAVALCANTE, L. G. Ensino Moderno da Matemática – 2º Ano Primário. 1968, p. 21-23.

Porém, as coleções didáticas de matemática destinadas às séries iniciais escolares, elaboradas por Holzmann, Martins, Yarentchuk, Arruda e Humphreys, componentes do NEDEM, e por Liberman, Franchi e Bechara, do GEEM, correspondem aos manuais didáticos que evidenciaram, em suas páginas para os alunos e nos Guias para os Professores, uma apropriação com maior aproximação às proposições teórico-metodológicas de Dienes para o SND, por incluírem em suas propostas metodológicas, contagens, agrupamentos e reagrupamentos em diferentes bases, com vistas à compreensão do valor posicional.

Considerações Finais

O presente estudo aborda a participação efetiva de Zoltan Paul Dienes, desde os meados do século XX, em pesquisas e discussões internacionais referentes à educação matemática, destacando sua especial atenção para o processo de aprendizagem do Sistema

de Numeração Decimal, pautado na compreensão do “valor posicional”, princípio fundamental desse sistema, por ele entendido como passível de compreensão a partir de contagens, agrupamentos e reagrupamentos em diferentes bases, dos elementos de uma coleção.

Admite que, no Brasil, muitos autores de manuais didáticos, desde a segunda metade da década de 1960, redimensionaram o tratamento metodológico do Sistema de Numeração Decimal, nas séries escolares iniciais, numa perspectiva voltada à compreensão do Valor posicional dos algarismos, essência das proposições pedagógicas de de Zoltan Paul Dienes para esse componente curricular.

No entanto, especificamente, a proposição metodológica contemplando diferentes bases de contagem foi disseminada, principalmente, por dois dos Grupos que difundiram o Movimento da Matemática Moderna no país – o GEEM de São Paulo e o NEDEM do Paraná – por meio da apropriação que componentes desses grupos fizeram dessa proposição, veiculando-a por meio de coleções didáticas, fornecendo indícios do papel do livro didático na difusão de propostas metodológicas inovadoras para o processo de ensino e de aprendizagem de matemática.

REFERÊNCIAS

BRIZUELA, B. M. **Desenvolvimento matemático na criança: explorando notações**. Tradução Maria Adriana Verissimo Veronese. Porto Alegre, RS: Artmed, 2006.

CAVALCANTE, L. G. **Ensino Moderno da Matemática: 2º Ano Primário**. São Paulo: FTD, 1968.

CHARTIER, R. **A história cultural: entre práticas e representações**. Lisboa: Difel, 1990.

_____. **Cultura Popular**. *Revista Estudos Históricos*, Rio de Janeiro, vol. 8, n. 16, 1995, p. 179-192.

CHERVEL, A. **A história das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa**. In: **Teoria & Educação**. Porto Alegre, n.º. 2, p. 177-229, 1990.

DIENES, Z. P. **A Matemática Moderna no Ensino Primário**. Biblioteca Fundo Universal de Cultura. Rio de Janeiro/São Paulo: Editora Fundo de Cultura, 1967.

_____. **Aprendizado moderno da Matemática.** Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1970.

_____. **On some problems concerning the learning of mathematics:** Discussion Guide no. 1. Department of Psychology of University of Adelaide, Austrália. Paris: UNESCO, 30 April 1962. 29 p. Disponível em: <http://unesco.unesco.org/images/0014/001447/144785eb.pdf>. Acesso em: 19 fev. 2012.

_____. **What is a base?** 2002. Disponível em: www.zoltandienes.com/wp-content/uploads/2010/05/what_is_a_base.pdf, Acesso em: 18 jan. 2014

DIENES, Z. P.; GOLDING, E. W. **Conjuntos, números e potências.** São Paulo: Editora Herder, 1969.

FISCHER, M. C. B. A experiência das classes-piloto organizadas pelo GEEMPA, ao tempo da matemática moderna. **Diálogo Educacional.** Curitiba, v. 6, n.18, p. 101-112, Maio/Ago., 2006.

GUIMARÃES, H. M. Por uma Matemática nova nas escolas secundárias – Perspectivas e orientações curriculares da Matemática Moderna. In: VALENTE, Wagner R.; MATTOS, José M. (orgs.). **A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal:** primeiros estudos. São Paulo: Zapt Editora, 2007.

JULIA, D. A Cultura Escolar como Objeto Histórico. Tradução de Gizele de Souza. **Revista Brasileira de História da Educação.** Campinas, n. 1, Nº. 1, p. 9-41, jan./jun. 2001. Campinas, SP: Autores Associados, 2001.

KAMII, C. **Aritmética:** novas perspectivas - Implicações da Teoria de Piaget. 7. ed. Campinas, São Paulo: Papyrus, 2001.

LIBERMAN, M.; FRANCHI, A.; BECHARA, L. **Curso Moderno de Matemática:** para Escola Elementar. 3º v. São Paulo: Cia Editora Nacional, 1969a.

_____. **Curso Moderno de Matemática:** para Escola Elementar – Guia do Professor. 3º v. São Paulo: Cia Editora Nacional, 1969b.

LIMA, F. R. **GEEM – Grupo de Estudos do Ensino da Matemática e a formação de professores durante o Movimento da Matemática Moderna.** 2006.131 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - São Paulo: PUC/SP, Setembro de 2006.

NEDEM. **Ensino Moderno da Matemática:** Ensino de 1º Grau. Vol.1. São Paulo: Editora do Brasil S.A., 1973.

_____. **Ensino Moderno da Matemática:** Livro do Mestre. 1º Volume. São Paulo: Editora do Brasil S.A., 1973, 1974, 1975, 1976.

OLIVEIRA, M. C.; LEME DA SILVA. M. C.; VALENTE, W. R. (Orgs.). **O Movimento da Matemática Moderna: história de uma revolução curricular.** Juiz de Fora, MG: Editora UFJF, 2011.

PINTO, N. B. Marcas históricas da Matemática Moderna no Brasil. **Diálogo Educacional.** Curitiba, v. 5, n. 16, p. 25-38, Set/Dez. 2005.

PINTO, N. B.; FERREIRA, A. C. C. O Movimento Paranaense de Matemática Moderna: o papel do NEDEM. **Diálogo Educacional.** Curitiba, v. 6, n. 18, p. 113-122. Mai. /Ago. 2006. Curitiba: Champagnat, 2006.

SRIRAMAN, B. Editorial. In: DIENES, Zoltan P.; SRIRAMAN, Bharath. **Mathematics Education and The Legacy of Zoltan Paul Dienes.** Série The Montana Mathematics Enthusiast: 2. Monograph. Montana, USA: Edited by: Bharath Sriraman, The University of Montana, 2008. 204 p.

SOARES, E. T. P. **O Sistema de Numeração Decimal: proposições de Dienes e a cultura escolar paranaense (1960 - 1989).** 2014. 261f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba, 2014.

SOARES, F. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil: Avanço ou Retrocesso?** 2001. 192f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

ZANELLO, H. **Aritmética Primária.** 3. ed. São Paulo: Cia Editora Nacional, 1941. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/7101>. Acesso em: 13 Dez. 2013.